Séries temporelles – Correction TD/TP 1
Premiers graphiques, saisonnalité, logarithme et résidus

M1 Actuariat – Université Gustave Eiffel

Cette correction est rédigée comme un rendu possible d'étudiant. Les formulations peuvent varier, mais un bon rendu doit contenir les graphiques demandés, le tableau rempli, les calculs utiles et des commentaires précis.

Préparation

```
data(JohnsonJohnson)
data(sunspot.year)

jj <- JohnsonJohnson
sun <- sunspot.year
```

Les deux séries sont dans le package `datasets` de `R`. Il n'y a donc pas de fichier externe à importer.

Exercice 1 – Lire deux chronogrammes

1) On trace les deux chronogrammes avec le code suivant.

```
plot.ts(jj, xlab = "annee", ylab = "benefice par action",
        main = "JohnsonJohnson : benefices trimestriels")
plot.ts(sun, xlab = "annee", ylab = "nombre annuel moyen",
        main = "sunspot.year : taches solaires")
```

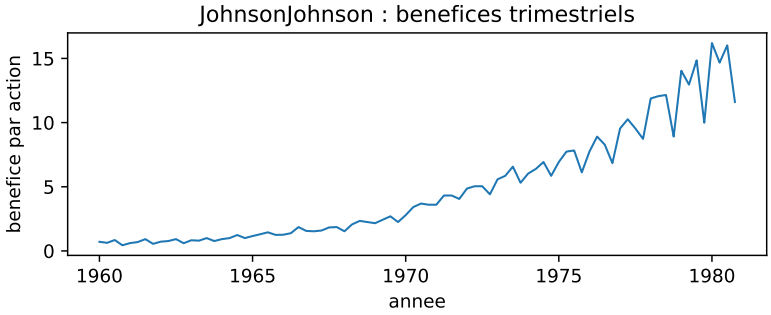


FIGURE 1 – Bénéfices trimestriels par action de Johnson & Johnson.

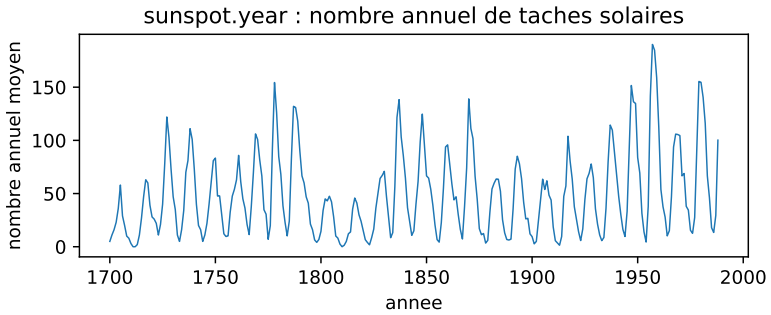


FIGURE 2 – Nombre annuel moyen de taches solaires.

2) Le tableau peut être rempli de la manière suivante.

Série	Tendance ?	Motif régulier ?	Variabilité changeante ?	Commentaire concret
`jj`	Oui, très nette et croissante.	Oui, motif trimestriel visible.	Oui, l'amplitude augmente avec le niveau.	La série combine croissance de long terme et fluctuations trimestrielles.
`sun`	Pas de tendance monotone évidente.	Oui, cycles longs mais irréguliers.	Oui, les pics n'ont pas toujours la même hauteur.	L'activité solaire alterne pics et creux, sans période parfaitement fixe.

3) Une phrase de synthèse possible est : `jj` est dominée par une croissance de long terme, avec une saisonnalité trimestrielle ; `sun` est dominée par des cycles irréguliers, avec des pics et des creux successifs.

Exercice 2 – Saisonnalité trimestrielle

1) Le graphique se trace avec `monthplot()`, qui regroupe les observations par trimestre.

```
monthplot(jj, ylab = "benefice par action",
          main = "JohnsonJohnson : comparaison des trimestres")
```

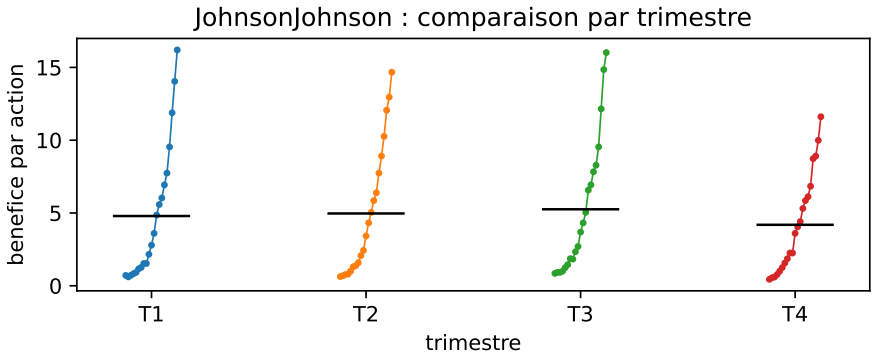


FIGURE 3 – Comparaison des bénéfices par trimestre. La ligne horizontale dans chaque trimestre représente son niveau moyen.

2) Les trimestres 2 et 3 semblent généralement plus hauts. Le trimestre 4 semble souvent plus bas.

3) Oui. Le chronogramme montre l'évolution globale dans le temps, mais il n'est pas très pratique pour comparer directement les trimestres entre eux. Le `monthplot()` regroupe toutes les observations du même trimestre : il rend donc la comparaison saisonnière plus lisible.

4) Non. La saisonnalité trimestrielle n'a pas la même amplitude absolue au début et à la fin de la période. Quand le niveau global de la série augmente, les écarts absolus entre trimestres augmentent aussi. Cela suggère qu'une transformation logarithmique peut être utile.

Exercice 3 – Pourquoi regarder le logarithme ?

1) On trace la série brute et la série logarithmique.

```
plot.ts(jj, xlab = "annee", ylab = "benefice par action",
        main = "JohnsonJohnson")
plot.ts(log(jj), xlab = "annee", ylab = "log(benefice)",
        main = "JohnsonJohnson : logarithme")
```

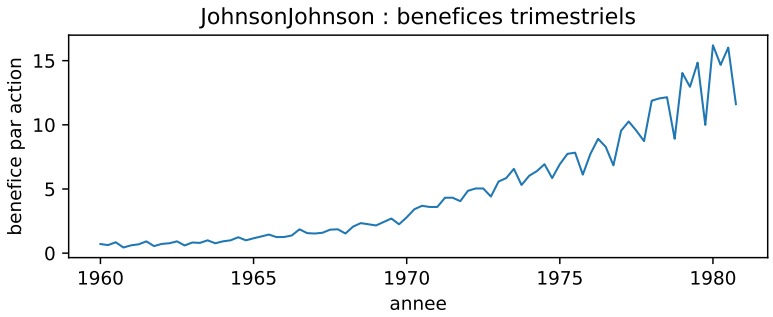


FIGURE 4 – Série brute : les oscillations deviennent plus grandes en valeur absolue.

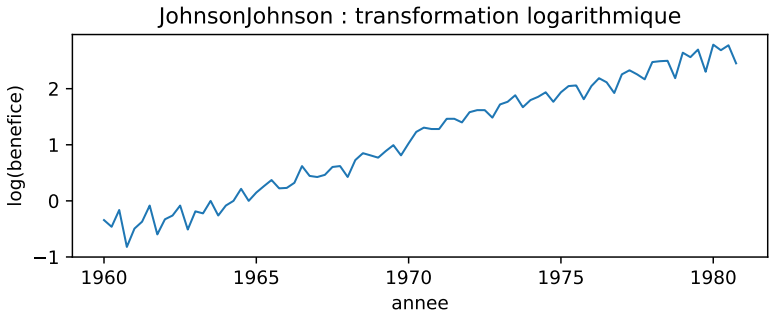


FIGURE 5 – Série logarithmique : les oscillations sont plus comparables au cours du temps.

2) Les oscillations sont plus comparables sur l'échelle logarithmique. Sur l'échelle brute, une variation de quelques points n'a pas la même signification lorsque le niveau vaut environ 1 ou lorsqu'il vaut environ 15.

3) Si
$$x_t = m_t(1 + u_t),$$
alors
$$\log(x_t) = \log(m_t) + \log(1 + u_t).$$
Lorsque u_t est petit, $\log(1 + u_t) \simeq u_t$.

4) Le logarithme est souvent utile pour une série économique positive qui croît fortement, car il transforme approximativement les variations relatives en variations additives. Une hausse de 10% a alors une taille comparable sur l'échelle logarithmique, que le niveau de la série soit bas ou élevé.

Exercice 4 – Valeurs ajustées et résidus

1) On ajuste une droite à $\log(\texttt{jj})$, puis on la superpose au chronogramme.

```
temps <- time(jj)
temps.c <- temps - 1960
log.jj <- as.numeric(log(jj))
reg.jj <- lm(log.jj ~ temps.c)
res <- residuals(reg.jj)

plot(temps, log.jj, type = "l", xlab = "annee",
     ylab = "log(benefice)", main = "log(jj) et droite ajustee")
abline(a = coef(reg.jj)[1] - 1960 * coef(reg.jj)[2],
       b = coef(reg.jj)[2], lty = 2, lwd = 2)
```

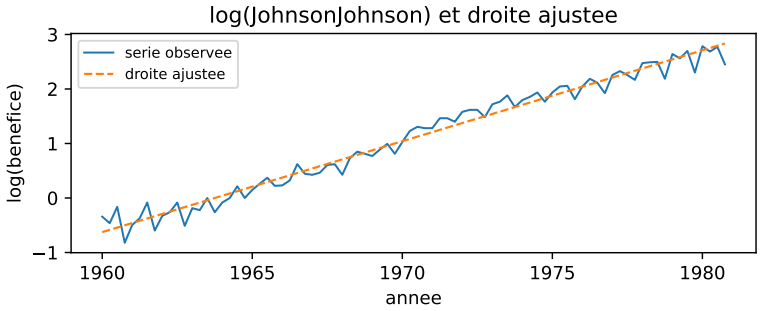


FIGURE 6 – Logarithme des bénéfices et droite ajustée par moindres carrés.

Ici, si $x_t = \log(\texttt{jj}_t)$, la valeur ajustée est

$$\widehat{x}_t = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1(t - 1960).$$

Numériquement, avec ce choix d'origine du temps, on obtient approximativement

$$\widehat{x}_t \simeq -0.626 + 0.167(t - 1960).$$

Cette droite décrit une croissance moyenne sur l'échelle logarithmique.

2) Les résidus se tracent avec le code suivant.

```
plot(temps, res, type = "l", xlab = "annee", ylab = "residu",
     main = "Residus apres tendance lineaire")
abline(h = 0, lty = 2)
```

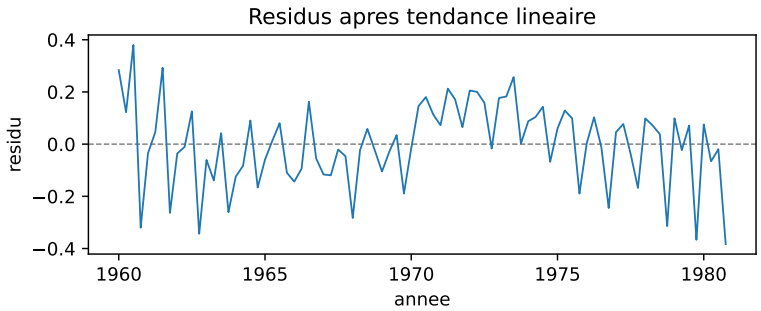


FIGURE 7 – Résidus après retrait de la droite ajustée.

Le résidu empirique est

$$\widehat{z}_t = x_t - \widehat{x}_t.$$

Il mesure l'écart vertical entre la série transformée $\log(\texttt{jj})$ et la droite ajustée.

3) Les résidus ne ressemblent pas à un bruit complètement désorganisé autour de zéro. On voit encore un motif trimestriel. La droite capture la tendance moyenne, mais pas la saisonnalité.

4) On trace le lag plot des résidus au retard 1.

```
n <- length(res)
plot(res[-n], res[-1],
     xlab = "residu a la date precedente",
     ylab = "residu a la date courante",
     main = "Lag plot des residus")
abline(h = 0, v = 0, lty = 2, col = "grey")
```

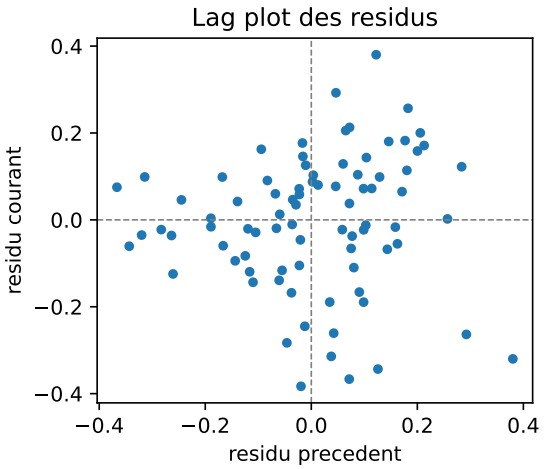


FIGURE 8 – Lag plot des résidus au retard 1.

Le lag plot ne ressemble pas à un nuage totalement rond et sans structure. Les résidus consécutifs gardent une organisation, liée notamment au motif trimestriel. Cela indique que les résidus contiennent encore de l'information temporelle.

Exercice 5 – Mini-synthèse

1) Correct. Une saisonnalité est un motif qui revient régulièrement, par exemple chaque trimestre ou chaque année.
2) Incorrect. Le logarithme peut être utile pour toute série positive dont les variations sont plutôt relatives que absolues ; il n'est pas réservé aux séries mensuelles.
3) Correct. Dans ce TD, un résidu est l'écart $\widehat{z}_t = x_t - \widehat{x}_t$ entre l'observation et la valeur ajustée.
4) Correct. Si les résidus montrent encore un motif clair, le modèle utilisé n'a probablement pas capturé toute la structure de la série.

Remarque

La correction ne demande pas de conclure que le modèle linéaire est "bon". Au contraire, le but est de voir qu'une première tendance simple laisse encore de la structure dans les résidus. C'est précisément ce genre de diagnostic qui motivera la suite du cours.